

Výkony

Harmonický proud a napětí spotřebiče mají průběhy (v měřítku max. hodnot)

$$u(t) = 170 \cdot \sin 314 \cdot t \quad (V)$$

$$i(t) = 6 \cdot \sin \left(314 \cdot t + \frac{\pi}{6} \right) \quad (A)$$

Vypočtete činný, jalový a zdánlivý výkon.

Proud předbíhá napětí o úhel $\frac{\pi}{6}$, při výpočtu výkonů tedy musíme dosazovat úhel odpovídající posunu napětí proti proudu, tj. $\varphi = -\frac{\pi}{6}$.

Výkony počítáme z efektivních hodnot napětí a proudů.

$$P = U_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos \varphi = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cdot \cos \varphi = \frac{U_m \cdot I_m}{2} \cdot \cos \varphi = \frac{170 \cdot 6}{2} \cdot \cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) = 441,6 \text{ W}$$

$$Q = U_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \sin \varphi = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cdot \sin \varphi = \frac{U_m \cdot I_m}{2} \cdot \sin \varphi = \frac{170 \cdot 6}{2} \cdot \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) = -255 \text{ var}$$

$$S = U_{ef} \cdot I_{ef} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{170 \cdot 6}{2} = 510 \text{ VA}$$

Obvod je napájen ze zdroje harmonického napětí $u(t) = 100 \cdot \sin(\omega t + \pi/3)$ (V).
(v měřítku max. hodnot)

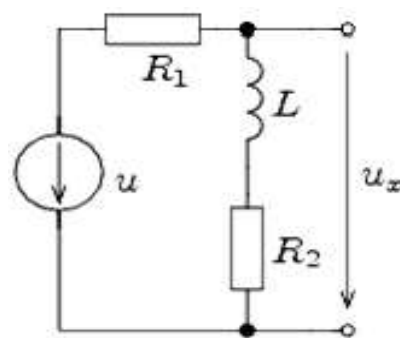
Frekvence budícího zdroje $f = 50\text{Hz}$.

Vypočítejte časový průběh napětí $u_x(t)$.

Vypočítejte činný, jalový a zdánlivý výkon obvodu.

Parametry obvodu jsou:

$R_1 = 1\text{ k}\Omega$, $R_2 = 1\text{ k}\Omega$, $L = 1,591\text{H}$.



$$u(t) = 100 \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \rightarrow \hat{U} = 100 \cdot e^{j\frac{\pi}{3}}$$

$$\hat{Z}_s = R_2 + j \cdot \omega \cdot L = 10^3 + j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 1,591 = 10^3 + 500 \cdot j$$

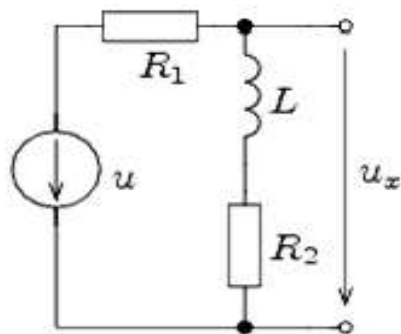
$$\hat{Z}_s = \sqrt{1000^2 + 500^2} \cdot e^{j \cdot \arctan \frac{500}{1000}} = 1118 \cdot e^{j \cdot 0,46}$$

$$\hat{U}_x = \hat{U} \cdot \frac{\hat{Z}_s}{R_1 + \hat{Z}_s} = 100 \cdot e^{j\frac{\pi}{3}} \cdot \frac{1118 \cdot e^{j \cdot 0,46}}{10^3 + 10^3 + 500 \cdot j}$$

$$\widehat{U}_x = 100 \cdot e^{j \cdot \frac{\pi}{3}} \cdot \frac{447,2 \cdot e^{-j \cdot 1,1}}{\sqrt{2000^2 + 500^2} \cdot e^{j \cdot \arctan \frac{500}{2000}}} = 100 \cdot e^{j \cdot \frac{\pi}{3}} \cdot \frac{1118 \cdot e^{j \cdot 0,46}}{2061 \cdot e^{j \cdot 0,24}}$$

$$\widehat{U}_x = 100 \cdot e^{j \cdot \frac{\pi}{3}} \cdot 0,54 \cdot e^{j \cdot 0,22} = 54 \cdot e^{j \cdot 1,267}$$

$$\widehat{U}_x = 54 \cdot e^{j \cdot 1,267} \rightarrow u_x(t) = 54 \cdot \sin(\omega t + 1,267) \text{ (V)}$$



$$\hat{I} = \frac{\hat{U}}{R_1 + \widehat{Z}_S}$$

$$\hat{I} = \frac{\hat{U}}{R_1 + \hat{Z}_s} = \frac{100 \cdot e^{j\frac{\pi}{3}}}{10^3 + 10^3 + 500 \cdot j} = \frac{100 \cdot e^{j\frac{\pi}{3}}}{\sqrt{2000^2 + 500^2} \cdot e^{j \cdot \arctan \frac{500}{2000}}}$$

$$\hat{I} = \frac{100 \cdot e^{j\frac{\pi}{3}}}{2061 \cdot e^{j \cdot 0,24}} = 48,5 \cdot 10^{-3} \cdot e^{j \cdot 0,807}$$

$$P = \operatorname{Re}[\hat{U} \cdot \hat{I}^*] = \operatorname{Re}\left[\frac{100}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\frac{\pi}{3}} \cdot \frac{48,5 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{2}} \cdot e^{-0,807 \cdot j}\right] = \operatorname{Re}[2,425 \cdot e^{0,24 \cdot j}] = 2,355 \text{ W}$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = \frac{100}{\sqrt{2}} \cdot \frac{48,5 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{2}} \cdot \cos(0,24) = 2,355 \text{ W}$$

$$P = (R_1 + R_2) \cdot I_{ef}^2 = 2000 \cdot \frac{(48,5 \cdot 10^{-3})^2}{2} = 2,35 \text{ W}$$

$$Q = \text{Im}[\hat{U} \cdot \hat{I}^*] = \text{Im}\left[\frac{100}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\frac{\pi}{3}} \cdot \frac{48,5 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{2}} \cdot e^{-0,807j}\right] = \text{Im}[2,425 \cdot e^{0,24j}] = 0,576 \text{ var}$$

$$Q = U \cdot I \cdot \cos \varphi = \frac{100}{\sqrt{2}} \cdot \frac{48,5 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{2}} \cdot \sin(0,24) = 0,576 \text{ var}$$

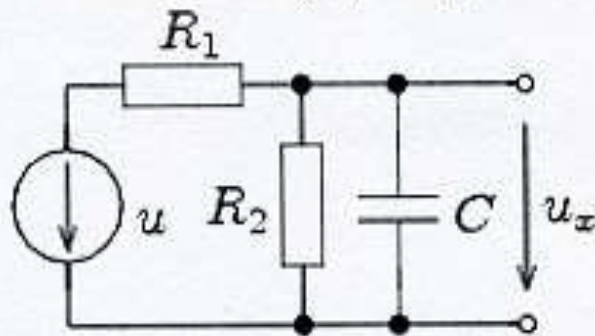
$$Q = \omega \cdot L \cdot Ix_{ef}^2 = \omega \cdot 1,591 \cdot Ix_{ef}^2 = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 1,591 \cdot \frac{(48,5 \cdot 10^{-3})^2}{2} = 0,587 \text{ var}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{2,35^2 + 0,587^2} = 2,42 \text{ VA}$$

Obvod je napájen ze zdroje harmonického napětí $u(t) = 10 \cdot \sin(\omega t + \pi/3)$ (V).
(v měřítku max. hodnot)

Frekvence budícího zdroje $f = 50\text{Hz}$.

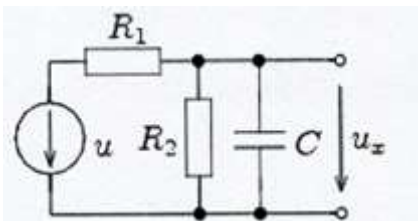
Určete činný, jalový a zdánlivý výkon dodávaný obvodu zdrojem napětí.



Parametry obvodu jsou:

$R_1 = 1\text{ k}\Omega$, $R_2 = 1\text{ k}\Omega$, $C = 6,363\text{ }\mu\text{F}$.

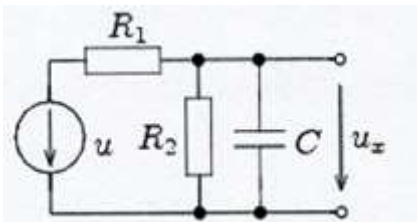
$$u(t) = 10 \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \rightarrow \hat{U} = 10 \cdot e^{j\frac{\pi}{3}}$$



$$\bar{Z}_p = \frac{\frac{R_2}{j \cdot \omega \cdot C}}{R_2 + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C}} = \frac{\frac{R_2}{j \cdot \omega \cdot C}}{\frac{1 + j \cdot \omega \cdot R_2 \cdot C}{j \cdot \omega \cdot C}} = \frac{R_2}{1 + j \cdot \omega \cdot R_2 \cdot C}$$

$$\bar{Z}_p = \frac{10^3}{1 + j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 10^3 \cdot 6,363 \cdot 10^{-6}} = \frac{10^3}{1 + 2j} = \frac{10^3}{\sqrt{1^2 + 2^2}}$$

$$\bar{Z}_p = \frac{10^3}{1 + 2j} = \frac{10^3}{\sqrt{1^2 + 2^2} e^{j \cdot \arctan \frac{2}{1}}} = \frac{10^3}{2,236 \cdot e^{j \cdot 1,1}} = 447,2 \cdot e^{-j \cdot 1,1}$$



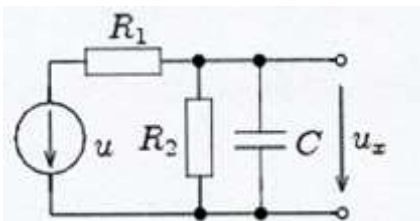
$$\tilde{Z}_p = 447,2 \cdot e^{-j1,1} = 447,2 \cdot (\cos(-1,1) + j \cdot \sin(-1,1)) = 447,2 \cdot (0,454 - 0,891 \cdot j)$$

$$\tilde{Z}_p = 447,2 \cdot (0,454 - 0,891 \cdot j) = 203,02 - 374,64 \cdot j$$

$$\tilde{Z}_c = R_1 + \tilde{Z}_p = 1000 + 447,2 \cdot (0,454 - 0,891 \cdot j) = 1000 + 203,02 - 374,64 \cdot j$$

$$\tilde{Z}_c = 1203,02 - 374,64 \cdot j = 1260 \cdot e^{-0,3 \cdot j}$$

$$\hat{I} = \frac{\tilde{U}}{\tilde{Z}_c} = \frac{10 \cdot e^{j \cdot \frac{\pi}{3}}}{1260 \cdot e^{-j \cdot 0,30}} = 7,9 \cdot 10^{-3} \cdot e^{1,347 \cdot j}$$



$$\bar{U}_x = \bar{U} \cdot \frac{\bar{Z}_p}{R_1 + \bar{Z}_p} = 10 \cdot e^{j\frac{\pi}{3}} \cdot \frac{447,2 \cdot e^{-j \cdot 1,1}}{10^3 + 203,02 - 374,64 \cdot j} = 10 \cdot e^{j\frac{\pi}{3}} \frac{447,2 \cdot e^{-j \cdot 1,1}}{1203,02 - 374,64 \cdot j}$$

$$\bar{U}_x = 10 \cdot e^{j\frac{\pi}{3}} \cdot \frac{447,2 \cdot e^{-j \cdot 1,1}}{\sqrt{1203,02^2 + (-374,64)^2} \cdot e^{j \cdot \arctan \frac{-374,64}{1203,02}}} = 10 \cdot e^{j\frac{\pi}{3}} \frac{447,2 \cdot e^{-j \cdot 1,1}}{1260 \cdot e^{-j \cdot 0,30}}$$

$$\bar{U}_x = 3,55 \cdot e^{j \cdot 0,25} \rightarrow u_x(t) = 3,55 \cdot \sin(\omega t + 0,25)$$

$$P = \operatorname{Re}[\tilde{U} \cdot \hat{I}^*] = \operatorname{Re}\left[\frac{10}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\frac{\pi}{3}} \cdot \frac{7,9 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{2}} \cdot e^{-1,347j}\right] = \operatorname{Re}[3,95 \cdot 10^{-2} \cdot e^{-0,3j}] = 0,0377 \text{ W}$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = \frac{10}{\sqrt{2}} \cdot \frac{7,9 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{2}} \cdot \cos(-0,3) = 0,0377 \text{ W}$$

$$P = R_1 \cdot I_{ef}^2 + \frac{U_{x_{ef}}^2}{R_2} = 1000 \cdot \frac{(7,9 \cdot 10^{-3})^2}{2} + \frac{3,55^2}{2 \cdot 1000} = 0,0375 \text{ W}$$

$$Q = \operatorname{Im}[\tilde{U} \cdot \hat{I}^*] = \operatorname{Im}\left[\frac{10}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\frac{\pi}{3}} \cdot \frac{7,9 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{2}} \cdot e^{-1,347j}\right] = \operatorname{Im}[3,95 \cdot 10^{-2} \cdot e^{-0,3j}] = -0,012 \text{ var}$$

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = \frac{10}{\sqrt{2}} \cdot \frac{7,9 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{2}} \cdot \sin(-0,3) = -0,012 \text{ var}$$

$$Q = -\omega \cdot C \cdot U_{x_{ef}}^2 = -2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 6,363 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{3,55^2}{2} = -0,012 \text{ var}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{0,0377^2 + 0,012^2} = 0,039 \text{ VA}$$